Konfidencia intervallum két normális populáció várható értékei különbségére, a szórások megegyeznek

Legyen most $\xi_1, \ldots, \xi_{n_1}$ illetve $\eta_1, \ldots, \eta_{n_2}$ két, egymástól is független véletlen minta az (m_1, σ) illetve (m_2, σ) ismeretlen paraméterű normális populációból, $g(\theta) = m$. Keressünk konfidencia intervallumot $m_2 - m_1$-re. Mint ismeretes, az $\overline{\eta} - \overline{\xi}$ valószínűségi változó $(m_2 - m_1, \sqrt{\sigma^2/n_1 + \sigma^2/n_2})$-paraméterű normális eloszlású. Továbbá, $(n_1 - 1)S^{*2}_{n_1}/\sigma^2$ illetve $(n_2 - 1)S^{*2}_{n_2}/\sigma^2$ χ^2-eloszlásúak $n_1 - 1$ illetve $n_2 - 1$ szabadságfokkal, ahonnak következik, hogy összegük szintén χ^2-eloszlású $n_1 + n_2 - 2$ szabadságfokkal. Mint ismeretes,

$$t = \sqrt{n_1 + n_2 - 2}\frac{\overline{\eta} - \overline{\xi} - (m_2 - m_1)/\sqrt{\sigma^2/n_1 + \sigma^2/n_2}}{\sqrt{(n_1 - 1)S^{*2}_{n_1}/\sigma^2 + (n_2 - 1)S^{*2}_{n_2}/\sigma^2}} =$$

$$\sqrt{n_1 + n_2 - 2}\frac{\overline{\eta} - \overline{\xi} - (m_2 - m_1)}{\sqrt{(1/n_1 + 1/n_2)((n_1 - 1)S^{*2}_{n_1} + (n_2 - 1)S^{*2}_{n_2})}} =$$

$$\frac{\overline{\eta} - \overline{\xi} - (m_2 - m_1)}{\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}S^*_{n_1+n_2}}$$

valószínűségi változó, ahol $S^*_{n_1+n_2}$ az egyesített minta korrigált tapasztalati szórása, $n_1 + n_2 - 2$-szabadságfokú Student-eloszlású. Ha $F_{n_1+n_2-2}(x)$ az $n_1 + n_2 - 2$-szabadságfokú Student-eloszlás eloszlásfüggvénye, $F_{n_1+n_2-2}(t_{(1+c)/2}) = (1 + c)/2$, nyilván a

$$-t_{(1+c)/2} < \frac{\overline{y} - \overline{x} - (m_2 - m_1)}{\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}S^*_{n_1+n_2}} < t_{(1+c)/2}$$

esemény pontosan akkor teljesül, ha

$$(\overline{y} - \overline{x}) - t_{(1+c)/2}\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}S^*_{n_1+n_2} < m_2 - m_1 <$$

$$(\overline{y} - \overline{x}) + t_{(1+c)/2}\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}S^*_{n_1+n_2},$$

vagyis

$$(\overline{\eta} - \overline{\xi}) \mp t_{(1+c)/2}\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}S^*_{n_1+n_2}$$

$100c\%$-os szintű konfidencia intervallumhatárok $m_2 - m_1$-re.