Konfidencia intervallum az exponenciális eloszlás várható értékére

Legyen $\xi_1, \ldots, \xi_n$ független minta az ismeretlen λ paraméterű exponenciális eloszlású populációból. Mint ismeretes, a várható érték $E\xi = \frac{1}{\lambda}$, a $\xi_1 + \cdots + \xi_n$ valószínűségi változó (n, λ)-paraméterű gamma-eloszlású, aminek várható értéke $\frac{n}{\lambda}$, szórása $\frac{\sqrt{n}}{\lambda}$. Mivel a $\lambda\xi_i$ valószínűségi változó 1-paraméterű exponenciális eloszlású, a $\gamma = \lambda(\xi_1 + \cdots + \xi_n) = \lambda n\bar{\xi}$ valószínűségi változó $(n, 1)$-paraméterű gamma-eloszlású, ami λ-tól független, várható értéke n, szórása $\sqrt{n}$. Legyen c a biztonsági szint, $F_n(x)$ a standard gamma eloszlásfüggvény. Válasszunk a széleken a következőképpen konfidencia intervallumot: $F_n(k_1) = \frac{1-c}{2}$, $F_n(k_2) = \frac{1+c}{2}$, ekkor

$$c = \frac{1+c}{2} - \frac{1-c}{2} = F_n(k_2) - F_n(k_1) = P(k_1 < \gamma < k_2) =$$

$$P(k_1 < \lambda n\bar{\xi} < k_2) = P(\frac{k_1}{n\bar{\xi}} < \lambda < \frac{k_2}{n\bar{\xi}}) = P(\frac{n\bar{\xi}}{k_2} < \frac{1}{\lambda} < \frac{n\bar{\xi}}{k_1}),$$

vagyis $(\frac{n\bar{\xi}}{k_2}, \frac{n\bar{\xi}}{k_1})$ $100c\%$-os szintű konfidencia intervallum az exponenciális eloszlás várható értékére.