

Kolmogorov-Smirnov próba

Legyen ξ_1, \dots, ξ_n véletlen minta a ξ folytonos valószínűségi változóra, $F(x)$ elméleti eloszlásfüggvény. Nullhipotézis H_0 : a ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye $F(x)$ a H_1 : az eloszlásfüggvény nem $F(x)$ ellenében. Konstruáljuk meg az $F_n(x)$ a tapasztalati eloszlásfüggvényt.

Legyen $\Delta_n = \sup_{x \in \mathbb{R}} |F_n(x) - F(x)|$ és $D(x) = \sum_{i \in \mathbb{Z}} (-1)^i e^{-2i^2 x^2}$ ($x > 0$). Kolmogorov tétele szerint

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(\sqrt{n} \Delta_n < x) = D(x) \quad (x > 0).$$

Vegyük észre, hogy $\sqrt{n} \Delta_n$ határeloszlása eloszlás-független.

Ezen alapul a Kolmogorov-Smirnov próba. Meghatározva a $D_n = \sqrt{n} \Delta_n$ statisztika értékét, ha $D_c = D^{-1}(c)$, a nullhipotézist $D_n < D_c$ esetben elfogadva a próba terjedelme $1 - c$.