Konfidencia intervallum normális populáció várható értékére, szórás ismeretlen

Legyen most $\xi_1, \dots, \xi_n$ véletlen minta a $\theta = (m, \sigma)$ ismeretlen paraméterű populációból, $g(\theta) = m$. Az $\sqrt{n}\frac{\bar{\xi}-m}{\sigma}$ valószínűségi változó eloszlása standard normális, tehát nem függ θ-tól, de az $\{r_1 < \sqrt{n}\frac{\bar{\xi}-m}{\sigma} < r_2\}$ eseményt nem tudjuk semmilyen $t_1(\xi_1, \dots, \xi_n)$, $t_2(\xi_1, \dots, \xi_n)$ statisztikai függvény esetén sem átírni $t_1(\xi_1, \dots, \xi_n) < m < t_2(\xi_1, \dots, \xi_n)$ alakba. A probléma a σ jelenléte. Mint ismeretes, $t = \sqrt{n}\frac{\bar{\xi}-m}{S_n^*}$ $n-1$-szabadságfokú Student-eloszlású, eloszlásfüggvénye független θ-tól. Következésképp az $\{r_1(c) < \sqrt{n}\frac{\bar{\xi}-m}{S_n^*} < r_2(c)$ esemény pontosan akkor következik be, ha $\bar{\xi} - \frac{r_2(c)S_n^*}{\sqrt{n}} < m < \bar{\xi} - \frac{r_1(c)S_n^*}{\sqrt{n}}$, ahol $r_1(c), r_2(c)$ olyan, hogy $P\left(r_1(c) < \sqrt{n}\frac{\bar{\xi}-m}{S_n^*} < r_2(c)\right) = c$, azaz $(\bar{\xi} - \frac{r_2(c)S_n^*}{\sqrt{n}}, \bar{\xi} - \frac{r_1(c)S_n^*}{\sqrt{n}})$ $100c\%$-os szintű konfidencia intervallum m-re. Az intervallum hossza $S_n^*(r_2(c) - r_1(c))/\sqrt{n}$, ami véletlen, és könnyen látható, hogy akkor a minimális, ha $r_1(c), r_2(c)$ a 0-ra szimmetrikus, azaz $F_{n-1}(r_2(c)) = (1+c)/2$, ahol $F_{n-1}(x)$ az $n-1$-szabadságfokú Student-eloszlás eloszlásfüggvénye.