Konfidencia intervallum a normális eloszlás ismeretlen m paraméterére, szórás ismert

Tekintsük példaként az $(m, 3)$-paraméterű normális eloszlásból származó 16 elemű mintát, itt a várható érték ismeretlen. A mintaátlag (a várható érték maximum likelihood becslése) 1,8-nek adódott. A $\widetilde{\xi} = \frac{\overline{\xi}-m}{3/4}$ valószínűségi változó standard normális, ahol $\overline{\xi}$ a mintaátlag, $\frac{3}{4} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. A sűrűségfüggvény $f_{\widetilde{\xi}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$, független az ismeretlen m paramétertől, azaz például $P(-1,96 < \widetilde{\xi} < 1,96) = \int_{-1,96}^{1,96} \varphi(y)dy = 0,95$. Világos, hogy $-1,96 < \frac{\overline{\xi}-m}{3/4} < 1,96$ pontosan akkor teljesül, ha $\overline{\xi} - 1,47 < m < \overline{\xi} + 1,47$, azaz $(\overline{\xi} - 1,47; \overline{\xi} + 1,47)$ 95%-os szintű konfidencia intervallum. A megfigyelt $\overline{\xi} = 1,8$ értéket figyelembe véve azt mondhatjuk, hogy az ismeretlen m paraméter az esetek 95%-ában a $(0,33; 3,27)$ intervallumba esik, míg annak a kockázata, hogy az intervallumon kívül, 5%. 99%-os szinten viszont $(\Phi^{-1}(0,995) = 2,58)$, $(\overline{\xi} - 1,94; \overline{\xi} + 1,94)$ 99%-os szintű konfidencia intervallum, a megfigyelt mintaátlagot figyelembe véve az ismeretlen m paraméter az esetek 99%-ában a $(-0,14; 3,74)$ intervallumba esik, a biztonsági szint növelésével az intervallum szélesebbnek adódik.

Vegyük észre, hogy a módszerrel többféle 95%-os szintű konfidencia intervallum is meghatározható. Bármely $a < b$ értékekből, hogy $\int_a^b \varphi(y)dy = 0,95$, konfidencia intervallum szerkeszthető. Ezek az intervallumok hossza változó, könnyen látható, hogy az $a = -b$ választással lesz a legrövidebb ebben az esetben. Általában a legrövidebb konfidencia intervallumot nem mindig tudjuk megkeresni, de módszerünk általánosítható.